

Serie 15

1. Bilden Sie ein Orthonormalsystem zu (z_1, z_2, z_3) mit Hilfe des Orthogonalisierungsverfahrens nach Schmidt für $z_1 = (0, 0, 1, 0)^T$, $z_2 = (-1, 0, 2, 3)^T$ und $z_3 = (3, 1, 0, 2)^T$. Läßt sich ein z_4 finden, das zu z_1, z_2 und z_3 orthogonal ist?
2. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der folgenden Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ermitteln Sie die zugehörigen Eigenvektoren von A und D .

3. Es sei $x = (1, 0, -2)^T$ ein Eigenvektor der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 2 & 2 \\ 2 & a_2 & 1 \\ 2 & 1 & a_3 \end{bmatrix}$$

zum Eigenwert $\lambda_1 = 1$.

- (a) Bestimmen Sie die Konstanten a_1, a_2, a_3 unter den genannten Bedingungen.
- (b) Ermitteln Sie einen weiteren Eigenvektor zu λ_1 .