

Serie 26

1. Bestimmen Sie die folgenden Integrale mittels der angegebenen Substitutionen:

(a) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx, \quad z^3 = 3x+1 ;$

(b) $\int x\sqrt{a-x} dx, \quad z^2 = a-x ;$

(c) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(2-x^2)^3}}, \quad x = \sqrt{2} \sin z ;$

(d) $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx, \quad x = 2 \sin z ;$

(e) $\int \frac{e^{3x} dx}{e^x+2}, \quad z = e^x .$

2. Man berechne mit Hilfe der partiellen Integration:

(a) $\int \cos(\ln x) dx ;$

(b) $\int \cos^2 x dx .$

3. Leiten Sie folgende Reduktionsformel mittels partieller Integration her:

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \cos x \sin^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx.$$

4. Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+1};$

(b) $\int_0^{\infty} \lambda x e^{-\lambda x} dx.$

(c) $\int_0^1 \ln x dx ;$

(d) $\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx .$