

Serie 34

1. (a) Berechnen Sie die Koeffizienten in den Newton-Cotes-Formeln für $n = 2$ (Simpson-Regel) und $n = 4$ (Milne-Formel).
(b) Welche Näherungswerte ergeben sich nach den Newton-Cotes-Formeln für $n = 1, 2, 3, 4$ bei der Berechnung von $\int_0^1 \sin \pi x \, dx$?

2. Berechnen Sie das Integral $\int_2^6 \ln(2x) \, dx$

- (a) mit der Trapez-Regel.
(b) mit der Simpson-Regel.
(c) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem exakt berechneten Wert.
3. Leiten Sie analog zum Vorgehen bei der Trapezsumme die zusammengesetzte Simpsonregel

$$S(h) = \frac{h}{3} (f(a) + f(b) + 2(f(a+2h) + \dots + f(b-2h)) + 4(f(a+h) + \dots + f(b-h)))$$

mit $h = \frac{b-a}{2n}$ her.

4. Zeigen Sie, dass das Romberg-Verfahren mit den Schrittweiten $h_0 = b - a$ und $h_1 = \frac{b-a}{2}$ gerade die Simpson-Regel liefert, wobei

$$T_{i,k} = T_{i,k-1} + \frac{T_{i,k-1} - T_{i-1,k-1}}{\left(\frac{h_{i-k}}{h_i}\right)^2 - 1}.$$