Fakultät für Mathematik
IMO
Dr. M. Höding

Zusammenstellung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung/Stochastik aus Klausuren der letzten Jahre zur Mathe III für Informatiker, Computervisualisten und Ingenieur-Informatiker

1. Ein Student sucht eine Studentin in den 4 Räumen eines Studentenklubs. Er weiß, dass sich die Studentin zu 80 % im Studentenklub aufhält.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Student die Studentin im 3. Raum antrifft?

   (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sie in einem Raum antrifft, wenn er sie in den übrigen 3 Räumen nicht angetroffen hat?

2. Sei f eine durch

$$f(x) = \begin{cases} ax^2\,(1-x) & \text{für} \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

   gegebene Funktion.

   (a) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass f Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße X ist.

   (b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion F_X von X.

   (c) Berechnen Sie $P\,(X \ge \frac{1}{2})$ und $P\,(X < E\,(X))$.

3. Die Betriebsdauer von Computernetzteilen einer bestimmten Bauart in Tagen kann als Zufallsgröße mit der Dichtefunktion

$$f_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \le 200 \\ \alpha x^{-4} & \text{für} \quad x \ge 200 \end{cases}$$

   bei einer geeigneten Wahl des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ angesehen werden.

   a) Bestimmen Sie α.

   b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_x(t)$.

   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit funktioniert ein Computernetzteil über 400 Tage?

4. Ein Automat fertigt Computerkabel, deren Länge X eine normalverteilte Zufallsgröße mit $\mu = 40\,cm$ und $\sigma = 0,5\,cm$ ist. Der Toleranzbereich sei $[38,8\,cm; 41,0\,cm]$.

   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kabel normgerecht ist?

   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 3 ausgewählten Kabeln höchstens 2 normgerecht sind?

   c) Wieviel Prozent der gefertigten Kabel sind mindestens 38,6 cm lang?

5. Bei einem Wissensquiz beträgt die Wahrscheinlichkeit 80 %, eine Frage richtig zu beantworten. Jede Frage wird bis zur ersten richtigen Antwort, höchstens aber bis zur dritten Antwort, gestellt. (Die Antwort auf die i-te Wiederholung der Frage $(i = 1, \ldots, 3)$ sei dabei unabhängig von den vorangegangenen Antworten.)

   (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Frage richtig beantwortet? (Nach dreimaliger falscher Antwort gilt die Frage als nicht richtig beantwortet.)

   (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Anzahl X der Antworten auf jede Frage und zeichnen Sie diese.

6. Die Nutzungsdauer nach dem Verfallsdatum (in Tagen) von Batterien einer bestimmten Sorte kann als Zufallsgröße X mit der Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 200 \\ \lambda\, x^{-4} & \text{für} \quad x \geq 200 \end{cases}$$

   bei einer geeigneten Wahl von $\lambda \in \mathbb{R}$ angesehen werden.

   (a) Bestimmen Sie λ.

   (b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(t)$!

   (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Batterie über 400 Tage nutzbar?

7. Für den Gesamtwiderstand R von elektronischen Computerbauteilen einer Lieferung gleicher Bauart wird der Erwartungswert mit $\mu = 200\,\Omega$ und die Varianz mit $\delta = 5\,\Omega$ angegeben.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil fehlerhaft ist, wenn der Gesamtwiderstand R der Computerbauteile maximal um $5\,\Omega$ vom Sollwert abweichen darf?

   (b) Wie müssen die Toleranzgrenzen $(200 \pm \alpha)\,\Omega$ gewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines fehlerhaften Bauteiles, d. h. $|R - 200| > \alpha$, kleiner als $0,01$ ist?