

Serie 8

1. Zeigen Sie, daß $(\mathbb{R} \setminus \{1\}; *)$ mit der Operation $*$: $a * b = a + b - ab$ für alle $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ eine Gruppe ist.

2. Gegeben seien die Anordnungen

$$s_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad s_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

und $s_3 = (2435)$.

(a) Wandeln Sie s_1 und s_2 in Zykendarstellung und s_3 in die ausführliche Schreibweise um.

(b) Bilden Sie die Anordnungen

$s_1 \circ s_1$, $s_1 \circ s_2$, $s_2 \circ s_1$, $s_2 \circ s_2$, $s_2 \circ s_3$ und $s_3 \circ s_2$ jeweils unter Zuhilfenahme

i. einer Zykendarstellung und

ii. der ausführlichen Schreibweise von s_1, s_2 und s_3 .

(c) Bestimmen Sie für jede Anordnung aus (a) und (b) ihr Signum.

3. Zeigen Sie, daß die Menge von Permutationen $U = \{(1), (13), (24), (13)(24)\}$ eine Untergruppe von (S_4, \circ) bildet.

Geben Sie ein Erzeugendensystem für U an.

4. Geben Sie für die Untergruppe der geraden Permutationen von S_3 ein Erzeugendensystem an.